شکوفایی خلاقیت در کلاس با بازی‌های اسرارآمیز ریاضی!

شاهد مشهودی،
دانشجوی دکتر ای ریاضی و دبیر ریاضی کرج
فاطمه علی‌پور ندوشن،
کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی کرج
شاهد نعیمی،
کارشناس و دبیر ریاضی کرج

اشاره

هدف از نگارش مقالهٔ حاضر ارائهٔ تجربیاتی در خصوص تأثیر ساختار خلاقانهٔ درس‌نامه‌های حاوی بازی و ریاضی است که به انگیزهٔ همراه کردن دانش‌آموزان با روند آموزش در کلاس و شکوفایی استعداد هر یک از آن‌ها طی فرایند آموزش ارائه شده است. در ساختار چنین آموزش‌هایی سعی می‌شود فرایند خوداکتشافی برای درک مفاهیم ریاضی، در قالب اجرای بازی‌های مرحله‌ای معماوار در کلاس رخ دهد، طوری که ضمن ترغیب دانش‌آموزان به پیگیری روند بازی، باعث شود آن‌ها به تدریج با کشف ماهیت الگوریتمی و نظم اسرارآمیز نهفته در هر مرحله در مقایسه با مراحل قبلی، به درک باکیفیتی از مفهوم خلق شده و خواص ریاضی آن نائل آیند. اما قطعاً طراحی چنین درس‌نامه‌های پویا و جامعی، نیازمند معلمی است که نسبت به موضوع مورد تدریس دانش محتوایی داشته باشد. شایان ذکر است، در مواردی که بازی‌های خلاق به‌صورت گروه‌های دو یا ســـه نفره در کلاس اجرا شده‌اند، لذت و هیجان بیشتری را در دانش‌آموزان به وجود آورده‌اند. نمونهٔ آن هیجانی اســـت که در دو دورهٔ برگزاری مسابقهٔ گروهی روز حل مسئله در «خانهٔ ریاضیات» نیز در دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی مشاهده شد. البته جامعهٔ هدف در تجربیات مورد نظر این مقاله، دانش‌آموزان دوره‌های اول و دوم متوسطه بوده‌اند. مثال‌های ارائه‌شده در این مقاله عمدتاً مبتنی بر خواص اسرارآمیز دنبالهٔ بازگشتی فیبوناچی، مثلث خیام و کسرهای مسلسل هستند.

کلیدواژه‌ها: بازی و ریاضی، خوداکتشافی، دنبالهٔ فیبوناچی، مثلث خیام، کسرهای مسلسل

مقدمه

ماهیت جبری ریاضیات در تدریس، عموماً این درس را به مراتب مشکل‌تر از سایر درس‌ها جلوه می‌دهد [۱۸]. حال آنکه معلم می‌تواند عملاً کلاس را با ارائهٔ ســـرگرمی‌هایی رغبت‌انگیز و مرتبط با موضوع درس، به سمتی هدایت کند که یادگیرنده با نمایش تدریجی خلاقیت خود به کشـــف هدف‌های درس نایل آید [۵، ۶، ۷ و ۹]. در این مقاله قصد داشته‌ایم راهکاری عملی برای ارتقای توانمندی‌های دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه در حل مسائل ریاضی ارائه دهیم تا ایشان از ذهن خود صرفاً به‌عنوان پایگاهی برای جمع‌آوری و طبقه‌بندی مباحث ریاضی استفاده نکنند. درواقع هرگاه بتوان همانند مدل پیشنهادی **پولیا**، درس را به تدریج در مراحل متوالی و جذاب عملی در قالب حل یک معمای چالش‌برانگیز در اختیار شـــاگرد قرار داد، او نیز ساده‌تر برای رویارویی با مســـئله و درک آن و نیز احساس خودباوری کشف حقایق ریاضی موجود در آن برای یافتن ایده و راه حل، آماده خواهد شـــد و همچون ریاضی‌دانـــان از آن لذت خواهند بـــرد [۱۰، ۱۲، ۱۳ و۱۶]. وقتی که

دانش‌آموز دستورات هر مثال را با موفقیت انجام دهد و نتیجه بگیرد، مثال بعدی را با علاقه و کنجکاوی بیشتری دنبال خواهد کرد. معلم باید با استفاده از دانش محتوایی مبتنی بر مطالعات جانبی روزآمد دائمی خـــود [۴]، مثال‌ها را طوری انتخاب کند که همگی به موضوع اصلی درس منتهی شـــوند، اما از دیدگاهی متفاوت، تا در هر مثال غافلگیر کننده، ذوق و خلاقیـــت دانش‌آموز مجدداً برانگیخته شـــود. اکنون آماده‌ایم تا نمونه‌هایی از مسئله‌های تجربه شده در کلاس را ارائه کنیم.

طرح درس خلاق

تجربهٔ چندین ســـال آموزش ریاضی نشان داده بود که در ابتدای ساعت تدریس، طرح یک مثال ساده برای کار در گروه‌های دانش‌آموزی در هـــر میز، معمولاً با موفقیت عده‌ای از دانش‌آموزان در یافتن جواب همراه اســـت و می‌تواند انگیزهٔ رقابت و نگرش کارگروهی را در کلاس تقویت کند. به‌گونه‌ای که هر کس تلاش کند ضمن داشتن همکاری با دیگران، از راه‌حل‌های جدید یا سریع‌تری به جواب برسد. همچنین در پایان حل هر مســـئله آمادگی دسته‌جمعی برای طرح سؤالات تا حدی مشکل‌تر به نحو چشم‌گیری افزایش می‌یافت، به‌طوری که در برخی مسئله‌ها اوج رقابت و لذت حل مسئله در کلاس مشهود بود. به همین منظور تصمیم بر آن شد تا فضای کلاس درس بیشتر به سمت حل مسئله سوق داده شود؛ البته مسئله‌هایی مرتبط با موضوع درسی و مبتنی بر فرایند حل الگوریتمی که با ظاهری ساده در قالب بازی و ریاضی، دانش‌آموز را در هر مرحله از حل به کشف و شناخت جدیدی از ماهیت مســـئله رهنمون سازند. در ادامه به ارائهٔ چند نمونه مسئله می‌پردازیم.

۱. مسئلهٔ دیوار آجری

فرض کنید آجرهای زیادی برای ساختن یک دیوار در اختیار داشته باشـــید؛ آجرهایی به طول ۲ واحد و عرض ۱ واحد. اگر برای ساختن دیواری به ارتفاع ۲ واحد بتوان به هر دو صورت افقی و عمودی آجرها را کنار هم چید، آن‌گاه چند حالت متفاوت برای چیدن دیوارهایی به طول ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ... واحد ممکن خواهد بود؟ [۲ و ۵].

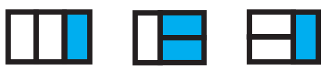
از دانش‌آموزان کلاس خواســـته شد که ابتدا در چهار مرحله این مسئله را حل کنند؛ یعنی ابتدا فقط با فرض داشتن یک آجر، سپس دو آجر و ... . جواب‌هایی که در این مرحله داده می‌شدند، بسیار متنوع بودند، اما آنچه بیش از همه به چشم می‌آمد، اشارهٔ اکثر دانش‌آموزان تنها به ۲ یا حداکثر ۳ حالت در مراحل انتهایی بود، در حالی که اغلب آن‌ها برای ۲ مرحلهٔ ابتدایی تقریباً به تمام حالات ممکن اشـــاره کرده بودند. در این زمان تلاش کردیم با طرح مداوم این سؤال که «آیا حالات دیگری نیز برای این مراحل می‌توان یافت یا نه؟» آن‌ها را به بررســـی و یافتن حالت‌های دیگر رهنمون سازیم. برخی از دانش‌آموزان نیز در مراحل بالاتر به این نتیجه رسیده بودند که هر چه تعداد آجرها بیشتر می‌شود، حالات ممکن نیز به شدت افزایش می‌یابند. اینکه تفاوت‌هایی بین جواب‌هایشـــان وجود داشت، باعث می‌شد احتمال وجود حالات جدید را در نظر بگیرند و با نگاهی دقیق‌تر به دنبال راه‌حل‌های ممکن باشند. در انتها یکی از دانش‌آموزان داوطلبانه پاسخ هر مرحله را روی تختهٔ کلاس نوشـــت و به کمک دیگر دوســـتانش به تمام حالت‌های ممکن در آن مرحله اشاره کرد. این جواب‌ها برای چهار مرحله در زیر آورده شده‌اند:

حل مسئله:

مرحلهٔ اول: ۱= تعداد آجرها و ۱= تعداد حالات ممکن

مرحلهٔ دوم: ۲= تعداد آجرها و ۲= تعداد حالات ممکن

مرحلهٔ سوم: ۳= تعداد آجرها و ۳= تعداد حالات ممکن



مرحلهٔ چهارم: ۴= تعداد آجرها و ۵= تعداد حالات ممکن

نحوهٔ اســـتفاده از حالت‌های مراحل قبلی در ساخت حالت‌های جدید را می‌توان از ترتیب قرار گرفتن شکل‌ها دریافت. همچنین، ضمن توضیح مسئله اصلی، یک مسئلهٔ مشابه در منبع شمارهٔ ۶ مقاله دربارهٔ تعداد افرازهای مرتب هر عدد طبیعی به صورت جمع عددهای ۱ و ۲، درواقع با در نظر گرفتن هر آجر عمودی به‌عنوان عدد ۱ و هر دو آجر افقی به‌عنوان عدد ۲ طبق شکل‌ها، آمده بود که آن را نیز مطرح و حل کردیم (البته واژهٔ افراز را برای دانش‌آموزان دورهٔ متوســـطه اول به کار نمی‌بریم و صرفاً درک فرایند کافی است).

سپس از دانش‌آموزان خواستیم جواب‌هایشان را برای تعداد حالات ممکن در هر مرحله در جدولی مانند جدول زیر بنویسند:

شمارهٔ مرحله (تعداد آجرها)	۱	۲	۳	۴	...
تعداد حالات ممکن چینش آجرها	۱	۲	۳	۵	...

آن‌گاه از آن‌ها خواســـته شد این جدول را بررسی و نتایج حاصل را بیان کنند. همان‌طور که انتظار می‌رفت، عموماً نتوانســـتند رابطهٔ مشـــخصی بین عددهای به‌دست‌آمده حدس بزنند. هر چند برخی‌ها نظراتی داشـــتند (همانند اینکه در هر مرحله شـــمارهٔ مرحله و تعداد حالات ممکن برابر است و ...)، اما هیچ یک نتوانستند به هدف اصلی اشاره کنند. لذا مسئلهٔ دیگری برای آن‌ها مطرح کردیم.

۲. مسئلهٔ چیدن سکه‌ها

تعداد زیادی ســـکه داریم. به چند طریق می‌توان روی یک سطح این سکه‌ها را در یک یا دو ردیف کنار هم قرار داد، به‌طوری که تعداد

معلم می‌تواند عملاً کلاس را با ارائهٔ سرگرمی‌هایی رغبت‌انگیز و مرتبط با موضوع درس، به سمتی هدایت کند که یادگیرنده با نمایش تدریجی خلاقیت خود، به کشف هدف‌های درس نایل آید

سکه‌های ردیف بالایی همیشه کمتر از تعداد سکه‌های ردیف پایینی باشد؟ [۵]

روند طرح سؤال در کلاس مشابه مسئلهٔ قبلی انجام شد، اما فرایند ارائهٔ جواب‌های پیشنهادی توسط دانش‌آموزان دقیق‌تر، جامع‌تر و سریع‌تر از مسئلهٔ قبل پیش رفت. در نهایت از برایند نظرات دانش‌آموزان، پاسخ زیر روی تابلوی کلاس نوشته شد:

حل مسئله:

مرحلهٔ اول: ۲= تعداد سکه‌ها و ۱= تعداد حالات ممکن

مرحلهٔ دوم: ۳= تعداد سکه‌ها و ۲= تعداد حالات ممکن

مرحلهٔ سوم: ۴= تعداد سکه‌ها و ۳= تعداد حالات ممکن

مرحلهٔ چهارم: ۵= تعداد سکه‌ها و ۵= تعداد حالات ممکن

نحوهٔ ساخت حالت‌های جدید با استفاده از مراحل قبلی از ترتیب قرار گرفتن شکل‌ها مشهود است. سپس از آن‌ها خواسته شد تا جواب‌هایشان را برای تعداد حالات ممکن در هر مرحله در جدولی مانند جدول زیر بنویسند:

شمارهٔ مرحله	۱	۲	۳	۴	...
تعداد حالات ممکن چینش سکه‌ها	۱	۲	۳	۵	...

با تکمیل شدن این جدول از دانش‌آموزان خواستیم نتایج به‌دست آمده در جدول‌های مسئله‌های ۱ و ۲ را با هم مقایسه کنند. کاملاً مشخص بود که از دیدن تشابه نتایج شگفت‌زده شده‌اند. بنابراین کار با مسئلهٔ سوم ادامه داده شد.

۳. مسئلهٔ خرگوش حریص و مزرعهٔ کاهو

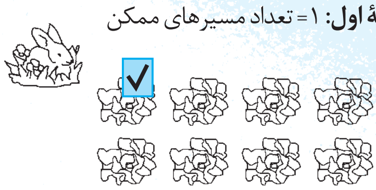
در قسمتی از یک مزرعه دو ردیف کاهو وجود دارد. فرض کنید خرگوش خوردن کاهوها را از ردیف بالا و سمت چپ آغاز کند، به‌گونه‌ای که پس از خوردن هر کاهو به سراغ نزدیک‌ترین کاهوی بعدی برود؛ بدون آنکه به سمت چپ بازگردد؛ یعنی فقط به سمت راست، پایین یا بالا می‌تواند حرکت کند. در این صورت پس از خوردن هر کاهو به چند طریق می‌تواند به سراغ کاهوی بعدی برود؟

همانند مسئلهٔ ۲ قرار گذاشته شد که در این مسئله نیز ابتدا تا چهار مرحله پیش بروند. در زمان پاسخ‌گویی تعداد بیشتری از دانش‌آموزان سعی داشتند در همان ابتدا به حداکثر حالات ممکن اشاره کنند، اما با توجه به تغییر اساسی در سبک این سؤال نسبت به دو سؤال قبل، طبیعی بود که باز هم برخی از جواب‌ها از دیدشان مخفی بماند. پس از جمع‌بندی جواب‌های داده‌شده، پاسخ زیر حاصل شد:

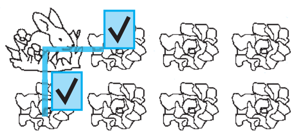
حل مسئله

(**توجه:** در هر مرحله کاهوهای در دسترس خرگوش با علامت تیک مشخص شده‌اند.)

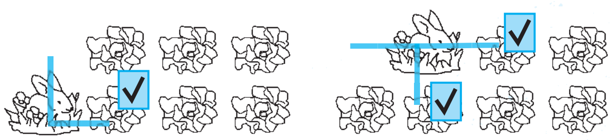
مرحلهٔ اول: ۱= تعداد مسیرهای ممکن



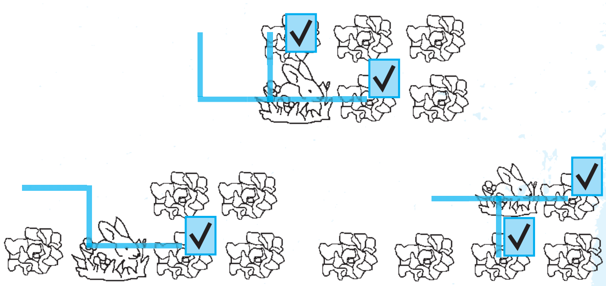
مرحلهٔ دوم: ۲= تعداد مسیرهای ممکن



مرحلهٔ سوم: ۳= تعداد مسیرهای ممکن



مرحلهٔ چهارم: ۵= تعداد مسیرهای ممکن



نحوهٔ ساخت مسیرهای جدید در ادامهٔ هر یک از مسیرهای به‌دست آمده در مراحل قبلی را می‌توان از ترتیب قرار گرفتن شکل‌ها دریافت. نتایج در جدولی به‌صورت جدول زیر گردآوری شدند:

شمارهٔ مرحله	۱	۲	۳	۴	...
تعداد حالات ممکن در هر مرحله	۱	۲	۳	۵	...

از دانش‌آموزان خواســته شد بدون اســتفاده از محاسباتی مشابه آنچه تاکنون صورت گرفته است و تنها از طریق بررسی و الگویابی عددهای به‌دســت‌آمده در جدول‌های مســائل فوق، جواب مرحلهٔ بعد، یعنی تعداد حالت‌های ممکن برای نوشــتن عدد ۷ به‌صورت مجمــوع عددهــای ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ را با روش حدس و آزمایش تعیین کنند. فقط چند راهنمایــی کوچک کافی بود تا برای همه مشــخص شود که از مرحلهٔ ســوم به بعد، تعداد حالت‌های ممکن بــرای هر مرحله در جدول برابر با حاصــل جمع تعداد حالت‌های ممکن به‌دســت‌آمده در دو مرحلهٔ قبل است. بنابراین در مرحلهٔ ۵ توانستند جواب سؤال را که ۸ حالت بود، حدس بزنند و جدول زیر را نمایش دهند:

شمارهٔ مرحله	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد حالات ممکن در هر مرحله	۱	۲	۳	۵	۸

و همچنین توانســتند عددهای بعدی این جدول را نیز به همین صورت بیابند و در مرحلهٔ ۶ جدول، ۱۳ حالت را حدس زدند:

شمارهٔ مرحله	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...
تعداد حالات ممکن در هر مرحله	۱	۲	۳	۵	۸	۱۳	...

سپس از درستی جواب‌های حدسی، با انجام محاسبات مطمئن شــدند و با دقت در نحوهٔ رنگ‌آمیزی شــکل‌های مسئله‌های ۱ و ۲ دریافتند که از مرحلهٔ سوم به بعد:

تعداد حالات ممکن در دو مرحلهٔ قبل + تعداد حالات ممکن در مرحلهٔ قبل = تعداد حالات ممکن در هر مرحله

شمارهٔ مرحله	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...
تعداد حالات ممکن در هر مرحله	۱	۲	۳	۵	۸	۱۳	...
تعداد حالات ممکن در مرحلهٔ قبل + تعداد حالات ممکن در دو مرحلهٔ قبل	۱	۲	۱+۲	۲+۳	۳+۵	۵+۸	...

و در اینجا به دانش‌آموزان گفته شد که عددهای به‌دست آمده از دیرباز مورد توجه بــوده و به «**عددهای فیبوناچی**» معروف‌اند که در اوایل قرن ســیزدهم توسط **لئوناردو فیبوناچی**، ریاضی‌دان ایتالیایی، هنگام حل مســئلهٔ زادولدهای یک زوج خرگوش کشف شــدند [1]. جســت‌وجو برای یافتن صورت‌مســئلهٔ تاریخی زاد و ولدهای یک زوج خرگوش و کشــف الگــوی حل آن (در قالب یک الگوریتم) نیز به‌عنوان تحقیق علمی در منزل به دانش‌آموزان سپرده

در ابتدای ساعت تدریس، طرح یک مثال ساده برای کار در گروه‌های دانش‌آموزی در هر میز، معمولاً با موفقیت عده‌ای از دانش‌آموزان در یافتن جواب همراه است و می‌تواند انگیزهٔ رقابت و نگرش کارگروهی را در کلاس تقویت کند

با تکمیل شــدن این جدول، دوباره از دانش‌آموزان خواسته شد نتایج به‌دســت‌آمده در جدول اخیر را با جدول‌های دو مســئلهٔ قبلی مقایسه کنند. از تشــابه مجدد نتایج، شک دانش‌آموزان به اسرارآمیز بودن عددهای داخل جدول‌ها کم‌کم به یقین تبدیل می‌شد. در مسئلهٔ ۲ با مسئلهٔ معادل تعداد افرازهای مرتب هر عدد طبیعی به‌صورت جمع عددهای ۱ و ۲ آشنا شدیم. اکنون کار را با آوردن مسئلهٔ چهارم ادامه می‌دهیم.

۴. مسئلهٔ افراز مرتب عددهای طبیعی

از دانش‌آموزان کلاس خواســته شــد تعیین کنند که به چند حالت می‌توان عددهای طبیعی بزرگ‌تر یا مساوی با ۳ را به‌صورت جمع عددهای کوچک‌تر یا مساوی خودشان و بزرگ‌تر از ۱ (یعنی جمع اعداد ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ...) با تأثیر ترتیب، افراز کرد؟ (البته واژهٔ افراز مرتب را برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه اول به کار نمی‌بریم و صرفاً درک فرایند کافی است.) [2 و 5]

با طرح این ســؤال کمی متفاوت ذهــن دانش‌آموزان به چالش کشیده شد، به‌گونه‌ای که برخی در جواب‌های خود دچار مشکل شدند و نمی‌توانستند تمامی حالات را بیان کنند، اما تجربهٔ حل مسئله‌های قبلی و کمی راهنمایی، جواب زیر را حاصل کرد:

حل مسئله:

مرحلهٔ اول: مجموع ۳ = ۱ حالت:
۳

مرحلهٔ دوم: مجموع ۴ = ۲ حالت:
۲+۲ و ۴

مرحلهٔ سوم: مجموع ۵ = ۳ حالت:
۳+۲ و ۲+۳ و ۵

مرحلهٔ چهارم: مجموع ۶ = ۵ حالت:
۲+۲+۲ و ۳+۳ و ۴+۲ و ۲+۴ و ۶

این بار قبل از نوشــتن جدول کاملاً مشــخص بود که تقریباً تمام کلاس قادر به پیش‌بینی بودند که این جدول نیز کاملاً مشابه جدول‌های مسئله‌های پیشین خواهد بود. بنابراین به‌نظر می‌رسید که اکنون زمان پرســش یک سؤال اساســی فرا رسیده است. لذا

> **روش تدریس خلاق به‌کارگرفته‌شده در کلاس، علاوه بر ایجاد انگیزهٔ مضاعف درســـی در دانش‌آموزان و حاکم شدن جوی فعال، تعاملی واقعی بین معلم و دانش‌آموزان برقرار می‌کرد**

مجموع عددها	عددهای روی قطرهای فرعی

۱									
۱	۱								
۱	۲	۱							
۱	۳	۳	۱						

شمارهٔ سطرها

شد [3]. (واضح است که برای عددهای فیبوناچی، واژهٔ دنباله را در ســـطح دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه اول به کار نبردیم و صرفاً درک فرایند کافی بود.)

در انتها نیز مســـئله‌های متنوع ۵، ۶ و ۷ را برای شکوفایی بیشتر ابتکار و خلاقیت و تمرین در منزل ارائه کردیم.

۵. مسئلهٔ عددهای فیبوناچی و مثلث خیام

در جدول بالا ابتدا خانه‌های خالی جدول وسط را به کمک الگویابی پر کنید و تحقیق کنید که جدول تکمیل‌شده از لحاظ تاریخی به نام کدام ریاضی‌دان مسلمان معروف شـــده است؟ سپس عددهای روی قطرهای فرعی جدول (یعنی ⧄) را جمع کنید و حاصل جمع را برای هر سطر در فهرست ســـمت راست جدول بنویسید. آیا عددهای این فهرست برای شما آشنا نیستند؟ [۸ و ۱۴]

۶. مسئلهٔ مستطیل‌ها و مربع‌های فیبوناچی

الف) آیا می‌توانید مستطیل‌هایی بســـازید که طول و عرضشان عددهای متوالی فیبوناچی باشند؟

ب) چگونه می‌توان مستطیل‌های گوناگون فوق را به ترتیب کنار هم قرار داد تا مربع‌هایی ساخته شوند که طول ضلع آن‌ها نیز یک عدد فیبوناچی باشد؟ [1]

۷. مسئلهٔ تناسب دو قطعه از یک پاره‌خط (مسئلهٔ تاریخی فیلسوفان یونان باستان)

مطابق شـــکل، نقطهٔ B روی پاره‌خـــط AC را کجا قرار دهیم تا نسبت طول پاره‌خط BC به AB برابر با نسبت طول پاره‌خط AB به AC باشد؟ (مناسب برای دورهٔ دوم متوسطه)

راهنمایی: اگر طول پاره‌خط AB را برابر با ۱ و طول پاره‌خط BC را برابر با x در نظر بگیریم، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\frac{x}{1}=\frac{1}{1+x}$$

در این صورت از رابطهٔ

$$x=\frac{1}{1+x}\Rightarrow 1+x=1+\frac{1}{1+x}$$

می‌توان کسر مسلسل

$$1+x=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+x}}$$

را به‌دســـت آورد [۱۵] و با ادامهٔ این روند، کســـرهای مسلسـل بزرگ‌تری می‌توان ساخت:

$$1+x=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}}$$

در هر مرحله از محاسبهٔ کسر مسلسل فوق، با محاسبهٔ مخرج کسرهای جزئی از پایین به بالا به چه عددهای گویایی می‌رسیم؟

اساسی‌ترین شرط برای توانایی اجرای چنین پروژه‌های پویایی در کلاس ریاضی، وسعت مطالعات و دانش محتوایی معلمان و توانمندی ایشان در تبدیل فرمول‌ها و مفاهیم مشکل به فرایندهای سادهٔ حل مرحله‌ای و استفاده از راهبردهای حل مسئله، مانند الگویابی، الگوسازی، تبدیل به مسئلهٔ هم‌ارز، حل زیر مسئله، حدس و آزمایش، حذف حالت‌های نامطلوب، روش‌های نمادین، رسم شکل، و ... است

آیا عددهای گویای به‌دست‌آمده در هر مرحله آشنا نیستند؟!
آیا این عددهای گویا مرحله به مرحله به عدد خاصی نزدیک می‌شوند؟
آیا آن عدد از تبدیل تناسب اولیه به یک معادلهٔ درجهٔ دوم هم قابل محاسبه بود؟

نتیجه‌گیری

روش تدریس خلاق به‌کارگرفته‌شده در کلاس، علاوه بر ایجاد انگیزهٔ مضاعف درسی در دانش‌آموزان و حاکم شدن جوی فعال، تعاملی واقعی بین معلم و دانش‌آموزان برقرار می‌کرد، به‌طوری که برخی از دانش‌آموزان با علاقهٔ زیادی پیگیر مسائل مشابه بودند. شایان ذکر است که مسائل اسرارآمیز بسیاری مبتنی بر قضایای نظریهٔ عددها و ریاضیات گسسته می‌توان یافت که براساس آن‌ها، الگوهای جذابی برای ساخت بازی‌های ریاضی ساده قابل طراحی باشند. اساسی‌ترین شرط برای اجرای چنین پروژه‌های پویایی در کلاس ریاضی، وسعت مطالعات و دانش محتوایی معلمان [۱۱] و توانمندی ایشان در تبدیل فرمول‌ها و مفاهیم مشکل به فرایندهای سادهٔ حل مرحله‌ای و استفاده از راهبردهای حل مسئله، مانند الگویابی، الگوسازی، تبدیل به مسئلهٔ هم‌ارز، حل زیر مسئله، حدس و آزمایش، حذف حالت‌های نامطلوب، روش‌های نمادین، رسم شکل، و ... است. هر چند مبنا و سبک تألیف کتاب‌های درسی جدید در بعضی فصل‌ها بر خلق چنین فضایی در کلاس استوار است، اما توانمندی معلم در اجرای صحیح روش تدریس مورد نظر مؤلفان کتاب‌های درسی و نیز تعیین سطح مطالب متناسب با سطح علمی دانش‌آموزان کلاس [۱۷]، نیازمند تسلط او بر مطالب و بهره‌گیری او از محتواهای کمکی و استفاده از نیروی کارگروهی دانش‌آموزان خواهد بود. امید است مقالهٔ حاضر توانسته باشد نمونه‌های مؤثری در این رابطه برای ترغیب مخاطبان به مطالعه و پژوهش در جهت تدوین طرح درس‌های خلاق و انگیزشی معرفی کند.

منابع

1. R. A. Dunlap, *The Golden Ratio and Fibonacci Numbers,* World Scientific Publishing Co. pp. 7- 70, 2003.
2. http://www.maths. surrey. ac. uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fib.html
3. D. E. Knuth, *The Art of Computet Programming: Vol 1 Fundamental Algorithms hardback,* Addison-Wesley 3rd edition, 1997.

۴. بابلیان، ا، علی‌پور ندوشن، ف؛ نشان، م. (۱۳۸۹) «بررسی دانش معلمان ریاضی متوسطه»، یازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. مازندران.
۵. بابلیان، ا. (۱۳۸۷) «ایجاد انگیزه در آموزش ریاضی توسط بازی‌ها». دهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. یزد.
۶. بابلیان، ا. (۱۳۸۳). مباحثی در ریاضیات گسسته. انتشارات مبتکران. تهران.
۷. تحقیقی. م؛ مشهودی، ش؛ خمسه، م. (۱۳۸۷). پارادوکس، سازگاری و سری‌های نامتناهی ... در کلاس. دهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. یزد.
۸. ــــــــــــ (۱۳۸۸). روابط بازگشتی و کاربرد آن‌ها در رمزنگاری. چهلمین کنفرانس ریاضی ایران. دانشگاه صنعتی شریف. تهران.
۹. خاکباز، ع و موسی‌پور، ن. (۱۳۸۷). جایگاه ریاضیات غیررسمی در برنامهٔ درسی دورهٔ راهنمایی تحصیلی. دهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. تهران.
۱۰. طاهرخانی، ب. و مشهودی، ش. (۱۳۹۵). تأثیر درک شهودی و منطقی بر خلاقیت حل مسئله ... هشتمین همایش ملی ریاضی. دانشگاه پیام نور لرستان.
۱۱. علی‌پور ندوشن، ف. (۱۳۸۹). بررسی دانش ریاضی مدرسان جبر و احتمال در شهرستان کرج. پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد در آموزش ریاضی. دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات. تهران.
۱۲. کازارینوف، ن. د. (۱۳۸۶). نامساوی‌های تحلیلی. ترجمهٔ سلمان رستمی، شاهد مشهودی و حسین نراقی. انتشارات آثار معاصر. تهران.
۱۳. مشهودی، ش. نراقی، ح. (۱۳۸۷). راهبردهایی شهودی در مفاهیم و کاربردهای نامساوی‌ها. یزد، دهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران.
۱۴. مشهودی، ش. (۱۳۹۰). خاصیت هارمونی در ریاضیات مبتنی بر روابط بازگشتی خطی و تعمیم و کاربردهای آن در مهندسی و علوم. پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد در ریاضیات کاربردی. دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج.
۱۵. نجمدی، پ؛ مشهودی، ش؛ خمسه، م؛ شکیبایی، ا. (۱۳۸۸). استفاده از کسرهای مسلسل برای رمزگشایی ... همایش ریاضی دانشگاه پیام نور میانه.
۱۶. نراقی، ح و مشهودی، ش. (۱۳۸۶). تکنیک‌هایی آموزشی برای حل مسائل جبر مجرد. زاهدان، نهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. زاهدان.
۱۷. ــــــــ (۱۳۹۵). محاسبات ریاضی برای پیش‌بینی میزان یادگیری ... هشتمین همایش ملی ریاضی. دانشگاه پیام نور لرستان.
۱۸. نشان، م. و علی‌پور ندوشن، ف. (۱۳۸۹). آسیب‌شناسی آموزش ریاضی اول دبیرستان. دهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. یزد.